

Exercice 6.

$$u_n = e^{-\sqrt{\ln n}} \quad \text{pour } n \geq 1$$

$$n^\alpha u_n = e^{\alpha \ln n - \sqrt{\ln n}}$$

En choisissant  $\alpha = 1$   $\lim_{n \rightarrow +\infty} n u_n = +\infty$   $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1/n}{u_n} = \infty$

(1) Donc  $\frac{1}{n} = o(u_n)$

(2) Or  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n}$  et  $\sum_{n \geq 1} u_n$  sont des séries à termes positifs

(3) De plus  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n}$  diverge. (Riemann)

Il résulte de (1), (2) et (3) que  $\sum_{n \geq 1} u_n$  diverge.